

# Kursusarbejde – MME M1 – forår 2007-05-09

## Marianne Gudnor(2063)

Jeg har regnet det hele i hånden og skrevet det ind i Word med mathtype. Jeg har først beregnet det hele (jf. billede 3-32 side 64) for bøjning, derefter for torsion, da jeg fandt dette mest overskueligt. Til sidst har jeg beregnet sikkerhedsfaktorerne SF og SD for samlet bøjning og torsion (jf. 3.27 og 3.29). Til allersidst har jeg beregnet sikkerhedsfaktorer for samlet torsion og bøjning med den reducerede diameter. Henvisninger er til bogen Roloff/Matek og den tilhørende tabelbog med mindre andet er angivet.

### Data:

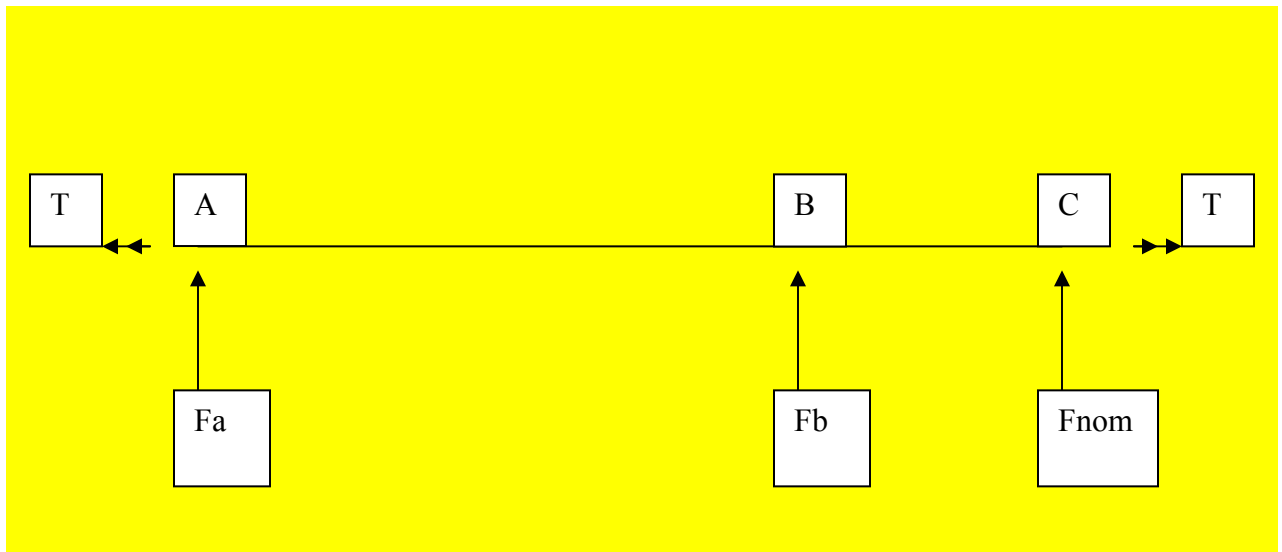
$T_{nom} = 10$

$F_{nom} = 450$

Lejeafstand = 110mm

Afstand h. leje til lodret kraft = 50mm

### FLD



Normalkraften negligeres.

Ved tromlens start belastes akslen af et torsionsmoment på  $2T$ .

$$T_{\text{start}} = 2T_{\text{nom}} = 2 \cdot 10 = 20[\text{Nm}]$$

$$\uparrow \sum F_y = F_a + F_b - F_{\text{nom}} = 0$$

$$\Downarrow F_a = 450 - F_b$$

$$\curvearrowright \sum M_a = F_b \cdot 110 \cdot 10^{-3} - F_{\text{nom}}(110 \cdot 10^{-3} + 50 \cdot 10^{-3}) = 0$$

$$\Downarrow F_b \cdot 110 \cdot 10^{-3} - 450(110 \cdot 10^{-3} + 50 \cdot 10^{-3}) = 0$$

$$\Downarrow F_b \cdot 110 \cdot 10^{-3} = 450(110 \cdot 10^{-3} + 50 \cdot 10^{-3})$$

$$\Downarrow F_b = \frac{450(110 \cdot 10^{-3} + 50 \cdot 10^{-3})}{110 \cdot 10^{-3}}$$

$$= 654.545[\text{N}]$$

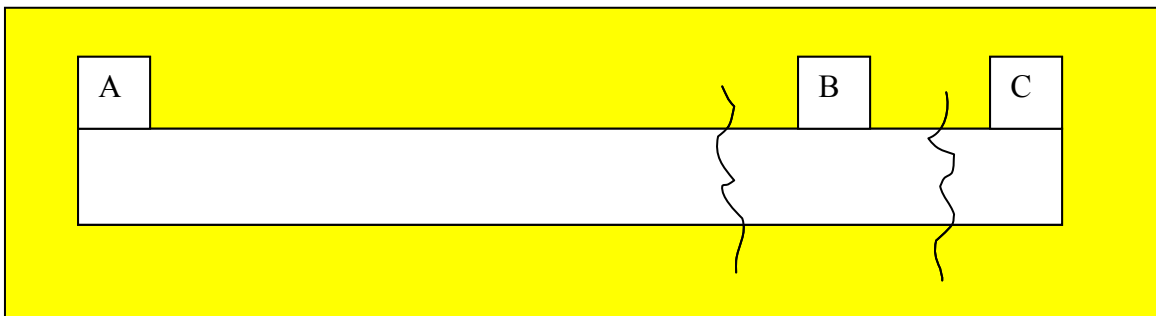
Nu indsættes  $F_b$  og der fås:

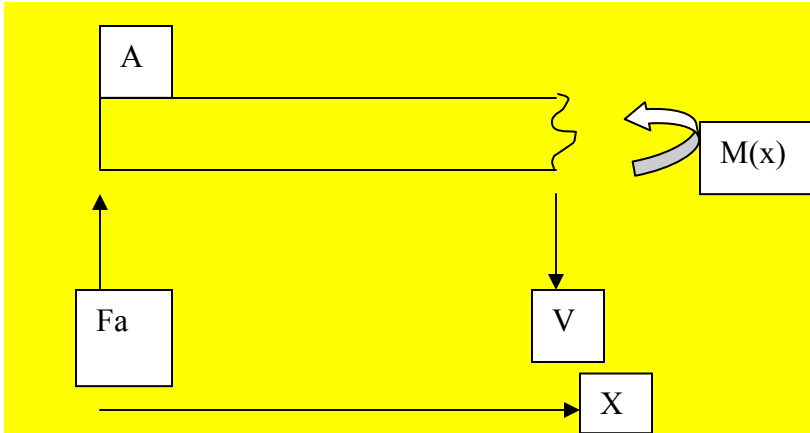
$$F_a = 450 - 654.545$$

$$= -204.545[\text{N}]$$

Nu kendes kræfterne  $F_a$  og  $F_b$ .

Nu kan akslen snittes.





**AB**

$$\uparrow \sum F_y = Fa - V = 0$$

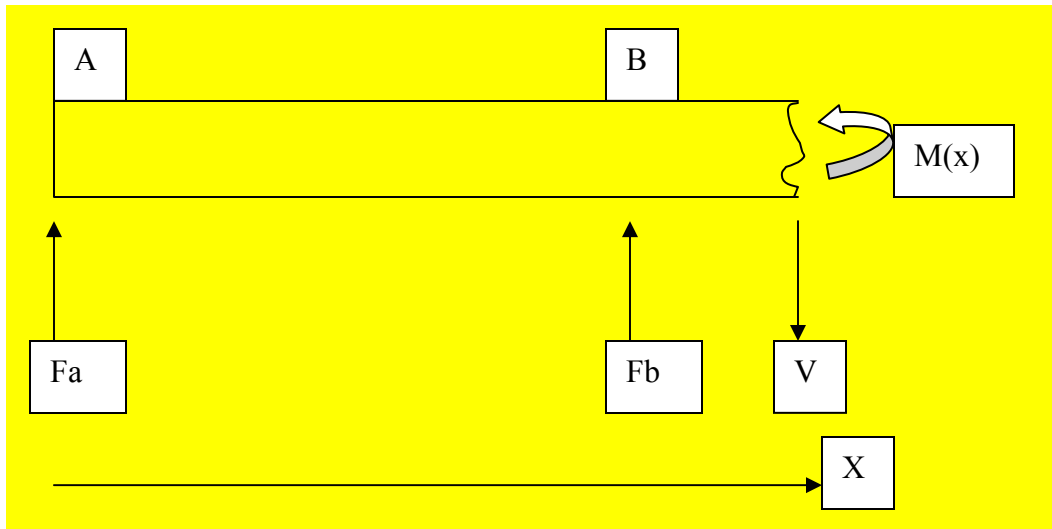
$$\Downarrow -204.545 - V = 0$$

$$= -204.545[N]$$

$$\curvearrowleft \sum M(x) = -Fa * x + M = 0$$

$$\Downarrow M = Fa * x$$

$$= -204.545x$$



**BC**

$$\uparrow \sum Fy = Fa + Fb - V = 0$$

$$\Downarrow -204.545 + 654.545 - V = 0$$

$$= 450[N]$$

$$\curvearrowright \sum M(x) = -Fa * x - Fb(x - 110 * 10^{-3}) + M = 0$$

$$\Downarrow M = Fb(x - 110 * 10^{-3}) + Fa * x$$

$$\Downarrow M = 654.545(x - 110 * 10^{-3}) - 204.545 * x$$

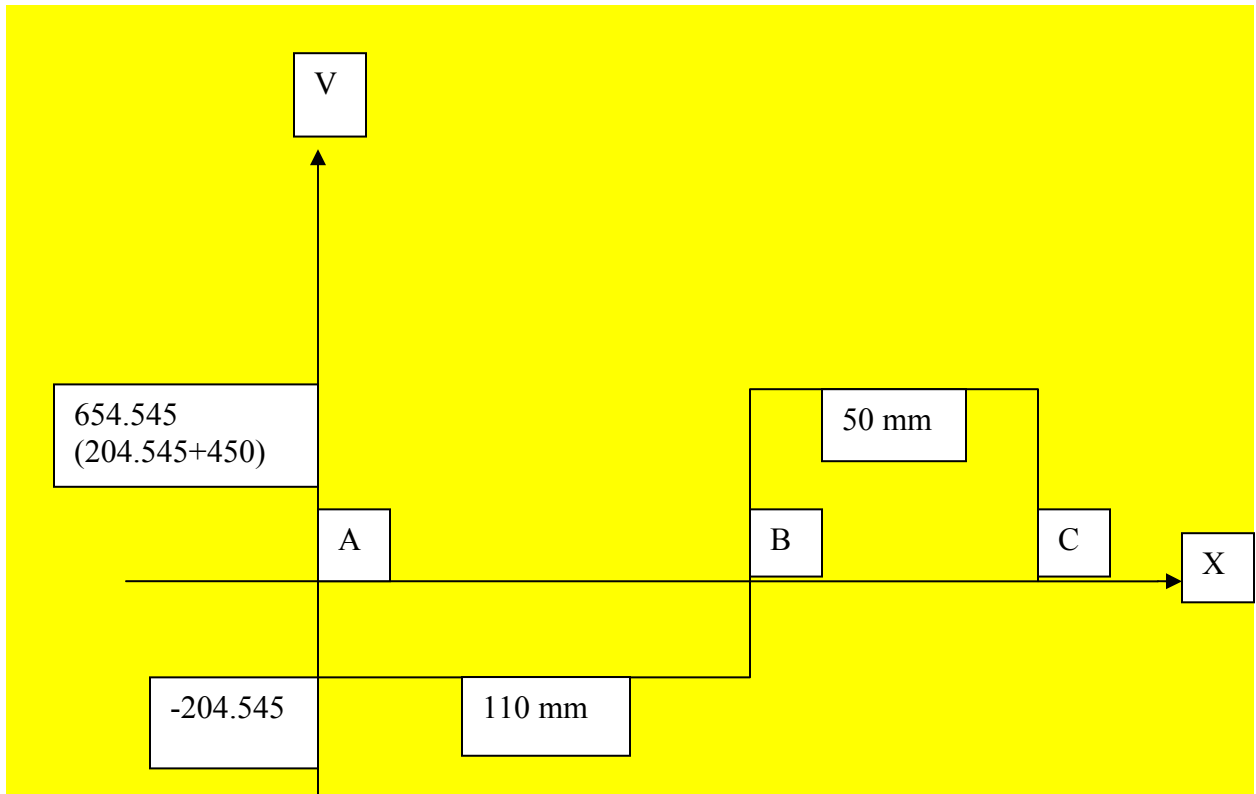
$$\Downarrow M = -72 + 450x$$

$$= 450x - 72$$

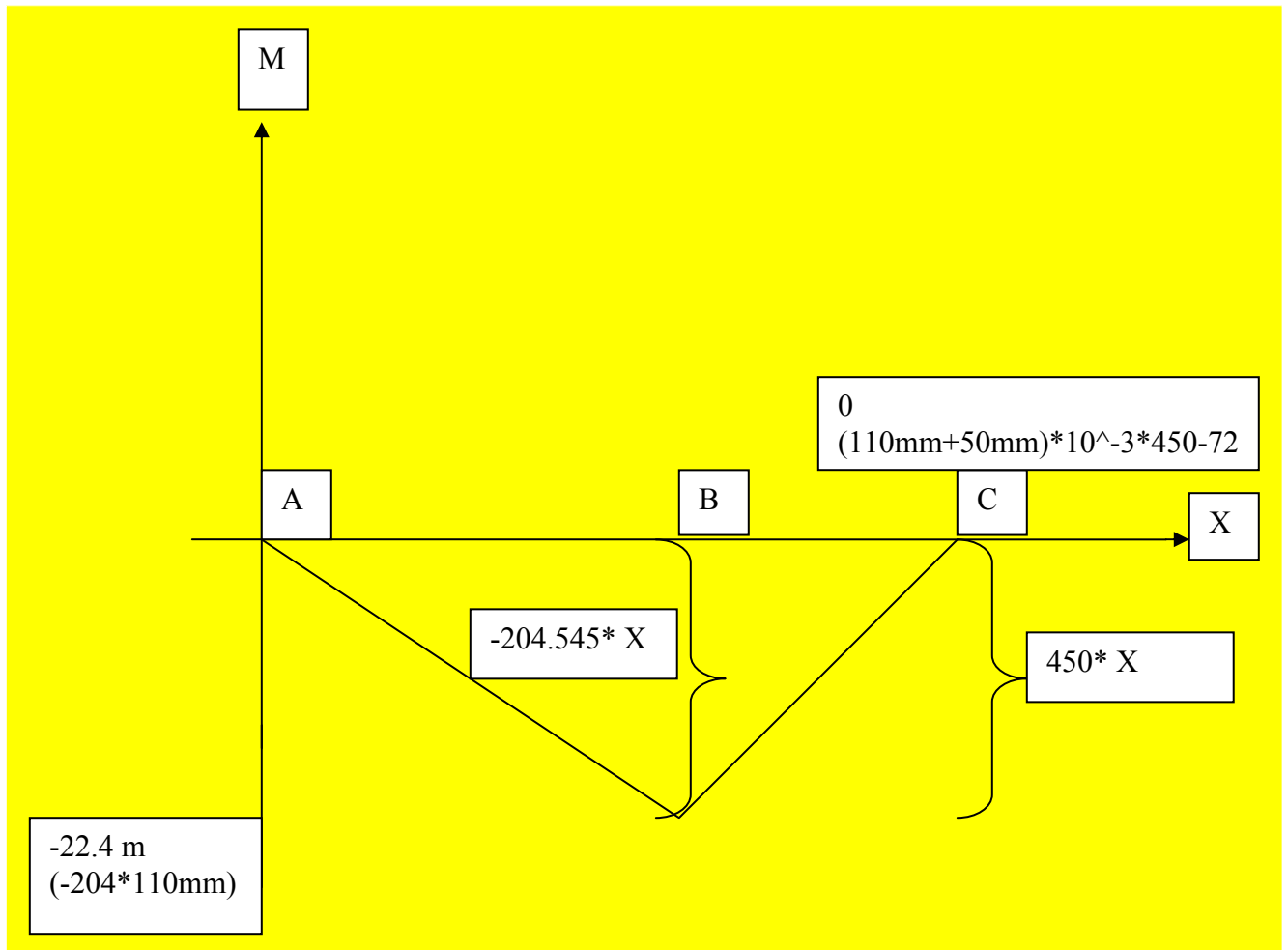
Det betyder altså:

$$\text{Når } x=0 \Rightarrow Y=-72$$

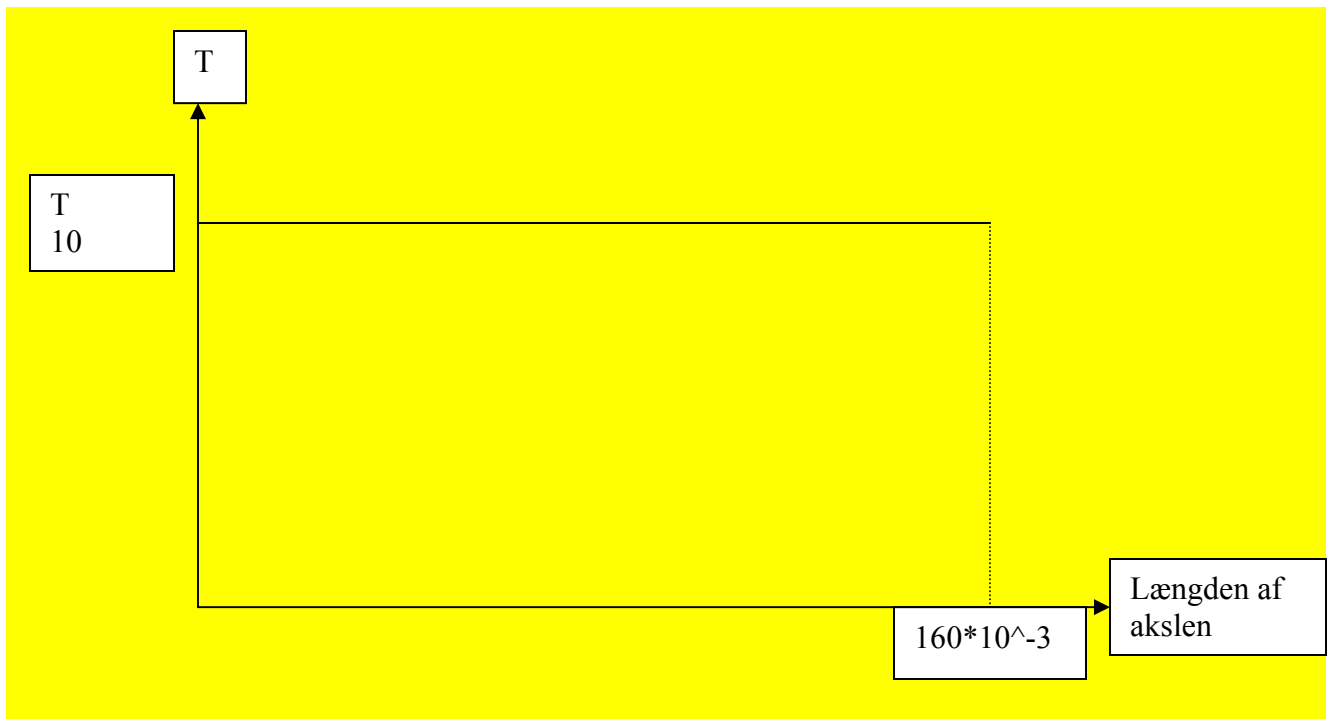
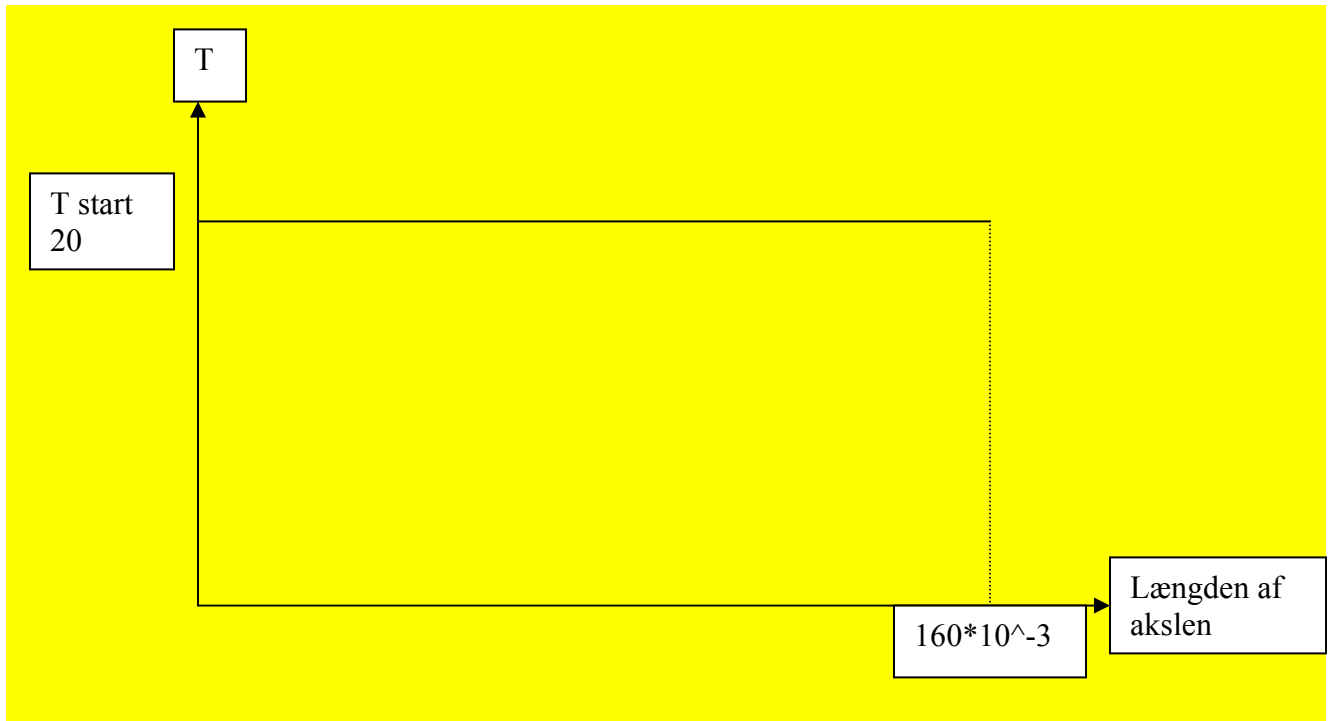
Nu kan tvær-og momentkurverne tegnes:



Hvis tværkraft så bøjende moment.



## Torsionsmomentet



Ved samtidig påvirkning af bøjning og torsion beregnes et sammenligningsmoment.

$$M_v = \sqrt{M^2 + 0.75(\alpha_0 * T)^2} \quad , \text{ hvor } M \text{ er det største bøjningsmoment.}$$

$$\Downarrow M_v = \sqrt{(-22.44)^2 + (0.7 * T_{start})^2} \quad M_{\max} \text{ er hvor } V = 0$$

$$\Downarrow M_v = \sqrt{(-22.44)^2 + (0.7 * 20)^2} \quad -204 * 110 * 10^{-3} = -22.4$$

$$= 25.506 [Nm]$$

Her er tale om et pulserende torsionsmoment og et vekslende bøjningsmoment, derfor har jeg sat anstrengelsesforholdet  $\alpha_0 \approx 0.7$  jf. 3.5 side 41.

Da  $M_v$  nu er fundet dimensioneres akseldiameteren efter (11.1), som hvis  $M_v$  var et rent bøjningsmoment se 11.7 i dokumentet ”fordimensionering af aksler”.

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 * M}{\pi * \sigma_{bzul}}} \approx 2.17 * \sqrt[3]{\frac{M}{\sigma_{bzul}}} \quad , \text{ hvor } \sigma_{bzul} \text{ kan sættes til } \sigma_{bWN/S_D} \text{ med } S_D = 3...4$$

Jeg har sat  $S_D$  til 4 for at få den største sikkerhedsfaktor.

$\sigma_{bWN}$  aflæses til 290 N/mm<sup>2</sup> jvf. tabel 1-1 side 4.

$$\text{Så fås } \sigma_{bzul} = \frac{\sigma_{bWN}}{S_D} = \frac{290}{4} = 72.50$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{25.506 * 10^3}{72.50}} \approx 2.17 * \left( \frac{25.506 * 10^3}{72.50} \right)^{1/3} = 15.318 \text{ mm}$$

Altså skal akseldiameteren være:

$$d \geq 15.32 \text{ mm} \square 16 [mm]$$



For at lejet i venstre ende skal passe reduceres diameteren i denne ende.

Akslen drejes ned til 15 mm for at passe til lejets inderdiameter.

Jeg har sikret mig at der almindeligvis forefindes akseldiameter i disse størrelser ved, at se på Sani Ståls hjemmeside.

Dvs den reducerede diameter i venstre ende skal være: 15 [mm]

Det skal være et W 61802-2Z "sealed stainless steel deep groove ball bearing" valgt ud fra SKF side 386.

Rundingsradius R aflæses til 0.3.

### Dynamisk styrkeeftersvisning

**Materiale X2CrNiMoN17-13-3** jf. tabel 1-1 side 4. Jeg har valgt netop dette materiale, da det er austenitisk rustfast stål. Det kan tåle det vandfugtige miljø. Rustfast ståls korrosionsmodstand ligger i chromen. Chrom danner en stabil, tæt og fastsiddende oxidfilm, som hindrer yderligere korrosion. Dvs. det er en stabil oxid. Det oxiderer på overfladen – gendannes.

Nikkel er austenitstabiliserende. Legeringer med austenitisk struktur har mekaniske egenskaber, stor brudforlængelse og høj kærvtagsstyrke. Molybdæn forbedrer også korrosionsbestandigheden.

Beregning af tilstedeværende spændinger:

Nominelle spændinger:

$$\sigma_{bo(overspænding)} = \frac{M_{beq}}{Wb} = \frac{M_{beq}}{\frac{\pi}{32} * d^3} = \frac{33.66 * 10^3}{\frac{\pi}{32} * 16^3} = 83.7 N / mm^2$$

$$M_{beq} = ka * M_{max} = 1.5 * 22.44 = 33.66 N / m$$

Ka er valgt ud fra tabel 3-5 side 41 til 1.5.

D er her den store diameter, da det er der Mmax er.

Der er tale om roterende bøjning.

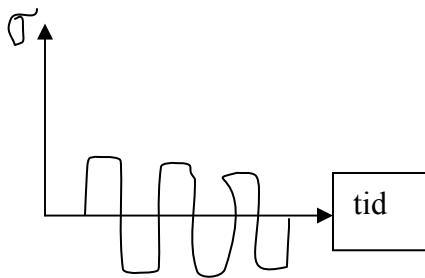
$$\sigma_{bu(\text{underspænding})} = -83.7 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{ba(\text{amplitudespændingen})} = \frac{\sigma_{bu} - \sigma_{bo}}{2} = \frac{83.7 - (-83.7)}{2} = 83.7$$

$$\sigma_{bmiddel(\text{middelspændingen})} = \frac{\sigma_{bu} + \sigma_{bo}}{2} = \frac{83.7 - 83.7}{2} = 0$$

$$\kappa_{b(\text{spændingsforholdet})} = \frac{\sigma_{bu}}{\sigma_{bo}} = \frac{-83.7}{83.7} = -1$$

Da  $\kappa = -1 \Rightarrow$



Statiske & dynamiske spændinger:

Jf. Tabel 1-1 side 4 er følgende data:

$$R_{mN} (\text{brudstyrken}) = 580 \text{ N/mm}^2$$

$$R_{EN} (\text{flydegrænsen}) = 295 \text{ N/mm}^2$$

$$R_m (\text{brudspændingen}) = R_{mN} * K_t = 580 * 0.93 = 839.4 \text{ N/mm}^2$$

Jf. formel 3.7

$K_t$  (tekologisk størrelsesfaktor), som tager hensyn til hårdhedssænkningen og derved den opnåelige styrke ved stigende dimension af maskindelen er aflæst i tabel 3-11 side 48.  $D=16$  og kurve 4.

$$\sigma_{bW(\text{svingstyrke})} = \sigma_{bWN} * K_t = 290 * 0.93 = 269.7 \text{ N/mm}^2$$

Jf. formel 3.9a side 50.

Konstruktionsfaktor:

For bøjning (biegung)

Jf formel 3.16 side 56 i bogen findes konstruktionsfaktoren således:

$$K_{Db} = \left( \frac{\beta_{kb}}{Kg} + \frac{1}{Ko\sigma} - 1 \right) \frac{1}{Kv}$$

Jf formel i tabelbogen side 46 findes kærnvirkningstallet således:

$$\beta_{kb} = 1 + c_b (\beta_{k\beta(2,0)} - 1)$$

$$R_m = 539.4 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{D}{d} = \frac{16}{15} = 1.067 \Rightarrow cb(\text{omregningsfaktor}) = 0.3$$

$$\frac{R}{d} = \frac{0.3}{15} = 0.02 \Rightarrow \beta_{k(2,0)} \square 2.2$$

Indsættes tallene i ovenstående formel fås:

$$\beta_{kb} = 1 + 0.3(2.2 - 1) = 1.36$$

Akslen er stor der hvor vi regner derfor bruges  $d=16 \text{ mm}$

og ved bøjning jf tabel 3-11c aflæses  $kg$  til **0,94**.

$Kg$  er den geometriske størrelsesfaktor som tager hensyn til spændingsfordelingen i tværsnittet.

Til beregning af overfladeruhedsfaktoren  $Ko\sigma$  skal  $R_z$  værdien kendes.

Den har jeg aflæst i tabel 2-12a under längsdrehan til  $\square 10 \mu\text{m}$ .

$Ko\sigma$  aflæses til ved  $R_m=539.4 \text{ N/mm}^2$  og  $R_z \square 10 \mu\text{m}$

jf tabel 3-10 side 48.

$$\Rightarrow Ko\sigma=0.92$$

Jf tabel 3-12 side 50  $\Rightarrow kv=1$

$Kv$  er en faktor for styrkeforøgelse af overflader.

$Rz$  er den beregnede ruhed (kaldes også 10-punktsruheden).

Den største spænding i en maskindel, der er dynamisk belastet, forekommer normalt ved overfladen, så det er ofte her et brud starter. Den opnåelige grænesvingsspænding er derfor afhængig af overfladens art. Jo mere ru overfladen er pga. bearbejdning eller korrosion, jo mindre grænesvingsspænding. Ruhederne vil virke som små kærve og spændingskoncentrationer opstår, som kan danne grundlag for revnedannelse.

Nu kan konstruktionsfaktoren beregnes :

$$K_{Db} = \left( \frac{1.36}{0.94} + \frac{1}{K_{\sigma}} - 1 \right) \frac{1}{K_v} = \left( \frac{1.36}{0.94} + \frac{1}{0.92} - 1 \right) \frac{1}{1} = 1.53$$

Alle de forskellige faktorer, der har indvirkning på udmattelsesstyrken er indeholdt i konstruktionsfaktoren.

Grænse-spændingen:

Jf. 3.17 side 57

$$\sigma_{bGW} = \frac{\sigma_{bW}}{K_{DG}} = \frac{269.7}{1.53} = 175.8 \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

$$\text{Da } \kappa = -1 \Rightarrow \sigma_{bGA} = \sigma_{bGW} = 175.8 \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

Statisk styrkeeftervisning:

Maksimal bøjnings-spænding:

$$\sigma_{b\max} = \frac{M_{b\max}}{\frac{\pi}{32} * d^3} = \frac{22.44 * 10^3}{\frac{\pi}{32} * 16^3} = 55.8 \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

Statisk styrkeværdi:

$R_{p0,2N}$  aflæst i tabel 1-1.

$$\sigma_{bf} \square 1.2 * R_{p0,2N} * k_t = 1.2 * 0.93 * 295 = 329 \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

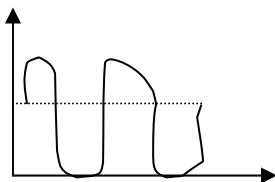
### Dynamisk styrkeeftervisning

Beregning af tilstedeværende spændinger:

Nominelle spændinger:

$$\tau_{to(overspænding)} = \frac{T_{eq}}{W_p} = \frac{K_A * T_{Nom}}{\frac{\pi}{16} * d^3} = \frac{1.5 * 10}{\frac{\pi}{16} * 16^3} = 18.65 \text{ N/mm}^2$$

Pulserende torsion  $\Rightarrow$



Man kan se at underspændingen er 0.

$$\tau_{tu} = 0$$

$$\tau_{ta(\text{amplitudespændingen})} = \frac{\tau_{to} - \tau_{tu}}{2} = \frac{18.65 - 0}{2} = 9.3$$

$$\tau_{tm(\text{middelspændingen})} = \frac{\tau_{to} + \tau_{tu}}{2} = \frac{18.65 + 0}{2} = 9.3$$

$$K_t(\text{spændingsforholdet}) = \frac{\tau_{tu}}{\tau_{to}} = \frac{0}{18.65} = 0$$

Statiske & dynamiske spændinger:

Jf. Tabel 1-1 (se bilag 3) er følgende data:

$$R_{mN}(\text{brudstyrken}) = 580 \text{ N/mm}^2$$

$$R_{EN}(\text{flydegrænsen}) = 295 \text{ N/mm}^2$$

$$R_m(\text{brudspændingen}) = R_{mN} * K_t = 580 * 0.93 = 839.4 \text{ N/mm}^2$$

Jf. formel 3.7

$K_t$  er aflæst i tabel 3-11 side 48.  $D=16$  og kurve 4.

$$\tau_{tWN} = 175 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_{tW} = \tau_{tWN} * K_t = 175 * 0.93 = 162.75 \text{ N/mm}^2$$

Konstruktionsfaktor:

For torsion

Jf formel 3.16 side 56 i bogen findes konstruktionsfaktoren således:

$$K_{Dt} = \left( \frac{\beta_{kt}}{Kg} + \frac{1}{Ko\sigma} - 1 \right) \frac{1}{Kv}$$

Jf formel i tabelbogen side 46 findes kærsvirkningstallet således:

$$\beta_{kb} = 1 + c_t (\beta_{k\beta(1,4)} - 1)$$

$$R_m = 539.4 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{D}{d} = \frac{16}{15} = 1.067 \Rightarrow \text{Jf. formel 3.9a at } ct(\text{omregningsfaktor}) = 0.5$$

$$\frac{R}{d} = \frac{0.3}{15} = 0.02 \Rightarrow \beta_{k(1,4)} \square 1.8$$

Indsættes tallene i ovenstående formel fås:

$$\beta_{kt} = 1 + 0.5(1.8 - 1) = 1.4$$

Akslen er stor der hvor vi regner derfor bruges  $d=16$  mm og ved torsion jf tabel 3-11c aflæses  $k_g$  til **0,94**.

Til beregning af overfladeruhedsfaktoren for torsion  $K_{\sigma\tau}$  skal  $K_{\sigma\sigma}$  værdien kendes. Den har jeg tidligere beregnet  $\Rightarrow K_{\sigma\sigma}=0.92$

Jf tabel 3-12 side 50  $\Rightarrow k_v=1$

Jf. tabel 3-10 side 48  $\Rightarrow K_{\sigma\tau}=0.575 \cdot K_{\sigma\sigma} \cdot 0.425 \Leftrightarrow$

$$K_{\sigma\tau}=0.575 \cdot 0.92 \cdot 0.425=0.225$$

Nu kan konstruktionsfaktoren for torsion beregnes :

$$K_{Dt} = \left( \frac{1.4}{0.94} + \frac{1}{K_{\sigma\tau}} - 1 \right) \frac{1}{K_v} = \left( \frac{1.4}{0.94} + \frac{1}{0.225} - 1 \right) \frac{1}{1} = 4.94$$

Jf. 3.17 side 57

$$\tau_{tGW} = \frac{\tau_{tW}}{K_{Dt}} = \frac{162.75}{4.94} = 33 \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

Statisk styrkeeftervisning:

Maksimal torsionsspænding:

$$\tau_{t\max} = \frac{T_{t\max}}{\frac{\pi}{16} * d^3} = \frac{20 * 10^3}{\frac{\pi}{16} * 16^3} = 24.868 \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

$T_{t\max}$  har jeg sat til 20 da torsionsmomentet er størst ved tromlens start.

Statisk styrkeværdi:

$R_{p0,2N}$  aflæst i tabel 1-1.

$$\tau_{tf} \square 1.2 * R_{p0,2N} * k_t / \sqrt{3} = 1.2 * 295 * 0.93 / \sqrt{3} = 190 \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

### Nu kan jeg beregne sikkerhedsfaktorerne.

Da der her optræder flere spændingstyper samtidig nemlig bøjning og torsion, er det nødvendigt at bestemme en samlet sikkerhed.

Sikkerhed mod udmattelse:

$$S_D = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\sigma_{ba}}{\sigma_{bGA}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{ta}}{\tau_{tGA}}\right)^2}} \geq S_{\min}$$
$$\Downarrow S_D = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{83.7}{175.8}\right)^2 + \left(\frac{9.3}{21.97}\right)^2}} = 1.57$$

$S_{D\min} = 1.5$  for stål jf. tabel 3.14a

Da  $S_D = 1.57 > S_{D\min} = 1.5$  er det ok.

Sikkerhed mod flydning:

$$S_F = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\sigma_{b\max}}{\sigma_{bf}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{t\max}}{\tau_{tf}}\right)^2}} \geq S_{\min}$$
$$\Downarrow S_D = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{55.8}{329}\right)^2 + \left(\frac{24.868}{190}\right)^2}} = 4.7$$

$S_{F\min} = 1.5$  for stål jf. tabel 3.14a

Da  $S_F = 4.7 > S_{F\min} = 1.5$  er det ok.

GEH – von Mises hypotese jf.3.20 side 60.

Referencemiddelspændingen  $\sigma_{mv}$  fås af von Mises hypotese.

$$\sigma_{mv} = \sqrt{(\sigma_{zdm} + \sigma_{bm})^2 + 3 * \tau_{tm}^2}$$

$$\Downarrow \sigma_{mv} = \sqrt{(0+0)^2 + 3 * 9.3^2}$$

$$\Downarrow = 16.12 \text{ [N/mm}^2\text{]}$$

$\sigma_{zdm}$  er middelspændingen for henholdsvis træk og tryk, da der kun er tale om bøjning og torsion her er  $\sigma_{zdm} = 0$  her.

$$\tau_{mv} = f\tau * \sigma_{mv} = 0.58 * 16.12 = 9.34$$

Jf.3.18b

$$\tau_{tGA} = \frac{\tau_{tGW}}{1 + \Psi_{\tau} * \tau_{mv} / \tau_{ta}} = \frac{33}{1 + \Psi_{\tau} * \tau_{mv} / \tau_{ta}}$$

$$\Downarrow \tau_{tGA} = \frac{33}{1 + 0.51 * 9.34 / 9.3} = 21.97$$

$$\text{jf.3.19 side 59 } \Psi_{\tau} = f\tau * \Psi_{\sigma} = 0.58 * 0.08879 = 0.51$$

hvor Jf. tabel 3-10 side 48

$$\Psi_{\sigma} = a_m * R_m + b_m = 0.00035 * 539.4 - 0.1 = 0.08879$$

$\Psi$  er en middelspændingsfølsomhedsfaktor.

**Nu beregnes sikkerhedsfaktorerne for den reducerede diameter  $d=15$  mm:**

Sikkerhed mod udmattelse:

$$S_D = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\sigma_{ba}}{\sigma_{bGA}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{ta}}{\tau_{tGA}}\right)^2}} \geq S_{\min}$$

$$\Downarrow S_D = \frac{1}{\sqrt{0 + \left(\frac{5.65}{31.24}\right)^2}} = 5.538$$

$$S_{D_{\min}} = 1.5 \text{ for stål jf. tabel 3.14a}$$

Da  $S_D = 5.538 > S_{D_{\min}} = 1.5$  er det ok.



$$\tau_{ta(\text{amplitudespændingen})} = \frac{\tau_{to} - \tau_{tu}}{2} = \frac{\frac{15 \cdot 10^3}{\pi} - 0}{2} = 5.65$$

Jf. 3.18b

$$\tau_{tGA} = \frac{\tau_{tGW}}{1 + \Psi_\tau * \tau_{mv} / \tau_{ta}} = \frac{175 * 0.94}{1 + \Psi_\tau * \tau_{mv} / \tau_{ta}}$$

$$\Downarrow \tau_{tGA} = \frac{33.3}{1 + 0.51 * 1.14 / 9.3} = 31.24$$

$$\tau_{mv} = f_t * \sigma_{mv} = 0.58 * \sqrt{0 + 3(1.13)^2} = 1.14$$

$$\text{jf. 3.19 side 59 } \Psi_\tau = f_t * \Psi_\sigma = 0.58 * 0.08879 = 0.51$$

hvor Jf. tabel 3-10 side 48

$$\Psi_\sigma = a_m * R_m + b_m = 0.00035 * 539.4 - 0.1 = 0.08879$$

Sikkerhed mod flydning:

$$S_F = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\sigma_{b\max}}{\sigma_{bf}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{t\max}}{\tau_{tf}}\right)^2}} \geq S_{\min}$$

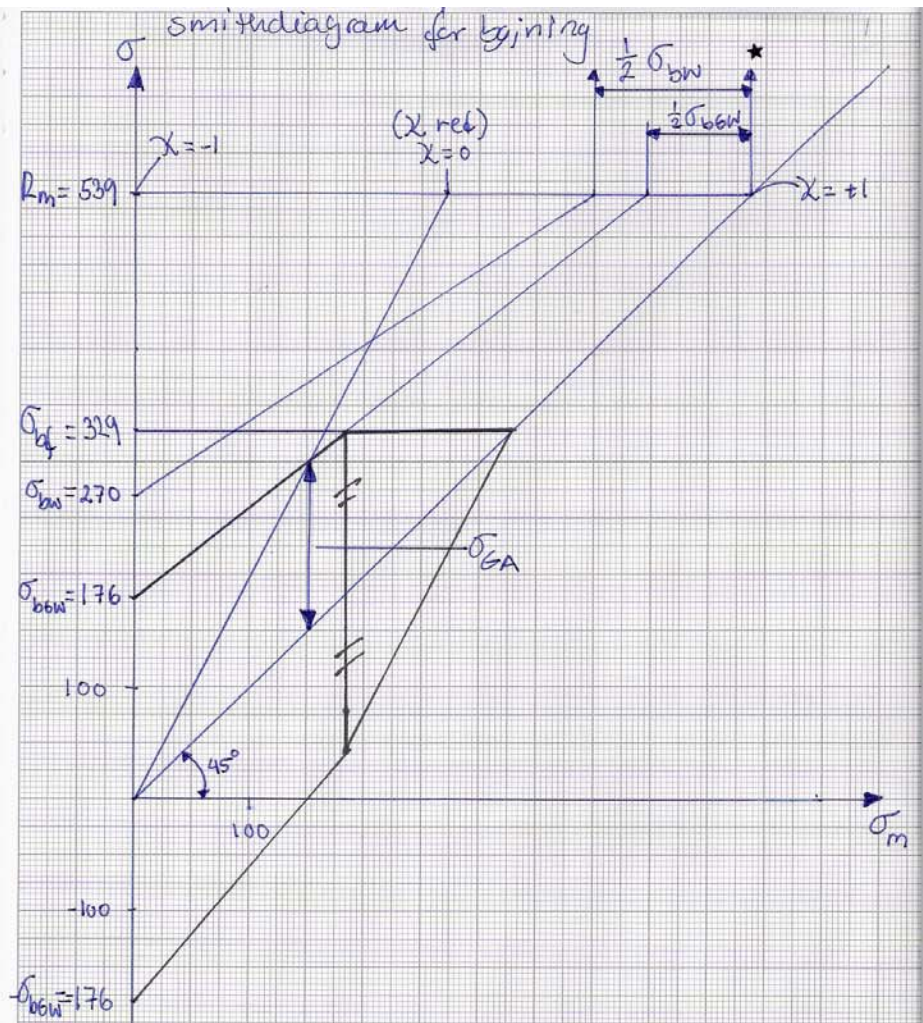
$$\Downarrow S_D = \frac{1}{\sqrt{0 + \left(\frac{30.18}{192.119}\right)^2}} = 6.36$$

$S_{F\min} = 1.5$  for stål jf. tabel 3.14a

Da  $S_F = 6.36 > S_{F\min} = 1.5$  er det ok.

$$\tau_{tf} = 1.2 * 295 * 0.94 / \sqrt{3} = 192.119$$

$$\tau_{t\max} = \frac{20 * 10^3}{\frac{\pi}{16} * 15^3} = 30.18$$



$$\chi_{ref} = \frac{\sigma_{refm} - \sigma_{refa}}{\sigma_{refm} + \sigma_{refa}} = 0$$

$$\sigma_{refa} = \sqrt{(\sigma_{zdm} + \sigma_{bm})^2 + 3\tau_{ta}^2}$$

$$\sigma_{refa} = \sqrt{(0 + 0)^2 + 3 \cdot 9,3^2} = 16 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{refm} = \sqrt{(\sigma_{zdm} + \sigma_{bm})^2 + 3\tau_{tm}^2}$$

$$\sigma_{refm} = \sqrt{(0 + 0)^2 + 3 \cdot 9,3^2} = 16 \text{ N/mm}^2$$

# smith diagram for Torsion

